ERDÉSZETI ÉS FAIPARI
FELSŐOKTATÁSUNK TANÁRAI

1. FÜZET

PRO MEMORIA

MOÓR ARTHUR
1923–1985

IRTA: TAMÁSSY LAJOS

Kiadja az Erdészeti és Faipari Egyetem
Sopron 1993

ERDÉSZETI ÉS FAIPARI
FELSŐOKTATÁSUNK TANÁRAI

1. FÜZET

PRO MEMORIA

MOÓR ARTHUR

1923–1985

IRTA: TAMÁSSY LAJOS

Sorozatszerkesztő: SZEMEREY TAMÁS
Sopron 1993

Tartalomjegyzék

Moór Arthur 1923-1985 5
Rezümé/Zusammenfassung 13
Bibliográfia/Moór A. tudományos értekezései 14

A füzet anyagát kiadásra előkészítette:
F.Nagy Györgyi
F.Kirkovits Magdolna

A kiadásért felelős: az Erdészeti és Faipari Egyetem rektora
Készült az EFE jegyzetsokszorosítójában 200 példányban,
vezető: Dr.Tvordy György

Moór Arthur (1923-1985)

Moór Arthur, a magyar differenciálgeometria kiemelkedő egyénisége 1985. augusztus 26-án hunyt el. A Soproni Egyetemen lett egyetemi tanár, és az itteni Matematika Tanszéket vezette élete végéig, 17 éven át.

A Soproni Egyetem az újjáéledő magyar egyetemi és közélet nemes hagyományait követi, amikor volt tanáráról, egykori professzoráról megemlékezik. Saját magát becsüli meg az az intézmény, mely neves halottjait számon tartja.

Pár évvel ezelőtt éppen itt Sopronban, ahol az Egyetem vendégszeretete helyet adott az 5. Osztrák-Magyar Geometriai Kollokviumnak, szakmai matematikus hallgatóság előtt emlékeztünk meg Moór Arthur matematikai munkásságáról, felsorakoztatva legfontosabb és legjelentősebb matematikai eredményeit. Így most egy általánosabb érdeklődési körű közönség előtt inkább életútjára, egyéniségére kívánok emlékezni és tudományterületének tárgyát és alapkérdéseit kísérlem meg ismertetni és a matematika fejlődésének történetébe ágyazni, kevésbé helyezve súlyt Moór Arthur konkrét matematikai eredményeinek felsorolására. Ez talán egy képet ad matematikai munkásságának szintéréről.

Moór Arthur Budapesten született 1923. január 8-án. Édesapja magyar-német szakos középiskolai tanár, aki egy ideig magyar lektor volt a berlini Egyetemen, majd a Szegedi Polgári Iskolai Tanárképző Főiskolán a német nyelv tanára lett. Így Moór Arthur a német nyelvvel már fiatalon megismerkedett. Kitűnően beszélt németül. Egyetemi tanulmányait Szegeden kezdte meg matematika-fizika szakon 1941-ben, de a háború miatt csak 1947-ben fejezte be. Tagja volt az Eötvös Kollégiumnak, ahol Kalmár László volt a tanára. Az egyetemen is kiváló professzorai voltak: Riesz Frigyes, Haar Alfréd, Kerékjártó Béla, Szőkefalvi-Nagy Gyula. Ez a tanári kar valóban világszínvonalat jelentett. - Tanári oklevelének megszerzése után 1947-50-ig a Szarvas-i Tanítóképző Intézetben tanított. Tudományos munkáját rögtön az egyetem befejezése után megkezdi Szarvason, a tudományos környezet és a tudományos légkör teljes hiányában is. A Finsler geometria iránt érdeklődik, amire az egyetemen az

oktatás és kutatás kiemelkedő színvonala mellett is alig kaphatott indíttatást. A differenciál-geometria a két háború között hiányterület volt Magyarországon. Tudományos munkájának kezdeti eredményeivel igen gyorsan elkészül és megjelennek első dolgozatai. Ezekre felfigyel Varga Ottó, a debreceni egyetem tanára, a Finsler geometria nemrég Magyarországra hazatért kíváló művelője, és elősegíti Moór Arthurnak a debreceni Révai (ma Csokonai) Gimnáziumba való kerülését, ahol 1950-52-ig tanított. Az aspirantúra intézményének megindulásakor 1953-ban Varga Ottó aspiránsa lesz a Debreceni Egyetemen. Aspirantúráját 1956-ban fejezi be a kandidátusi fokozat megszerzésével. Akadémiai doktori dolgozatának címe "Geometriai vizsgálatok általános metrikus vonalelemterekben", amit 1964-ben véd meg. Közben megnősül. Felesége László Piroska középiskolai tanár. Házasságukból egy leánygyermek született, Edit. Aspirantúrája után a Szegedi Egyetemen kap állást, ahol 1956-68-ig dolgozik. Közben 1964-ben megkapja a tudományok doktora fokozatot. 1968-ban a Soproni Egyetemre nyer egyetemi tanári kinevezést és átveszi a Matematikai Tanszék vezetését. A kislétszámú tanszéken több munkatársát indította el a matematikai és a differenciál-geometriai kutatások útján. Távoztakor egy jól működő, jó szellemű tanszéket hagyott hátra.

Cselekedeteit elvi meggondolások irányították. Tiszteletreméltó volt és rám mély benyomást tett az a magatartása, ahogyan latolgatás nélkül utasított vissza, vagy hagyott elszaladni előnyöket, ha azok elfogadása erkölcsi, vagy cselekvési normáiból csak csekély engedményt is kívántak volna. Hasonlóképpen vállalt hátrányokat, anélkül, hogy ezeket áldozatnak tekintette volna. Ez volt számára az egyetlen lehetséges, és így természetes cselekvési mód. Ez nyilvánult meg hallgatóival szembeni igazságosságában, az anyagi javakhoz való viszonyában, munkájában. - Kifejezetten materialista volt, de soha nem gondolt arra, hogy ebből politikai hasznot kovácsoljon magának. A politika kívül esett érdeklődési körén, sőt csaknem minden, ami nem matematika volt. A matematika kitöltötte az életét. Ez alól talán csak a sakkozás volt kivétel. Fiatalabb korában versenyszerűen sakkozott, csapatversenyeken vett részt.

Szuverén egyéniség volt. Véleményét mások tetszésétől, vagy nemtetszésétől függetlenül alakította ki. Munkája elismerését néha lassan, csak késve kapta meg. Már amikor aspiráns lett annyi dolgozattal rendelkezett, amennyivel a többség kandidátus korára sem. Aspirantúrája befejeztével nem kapott Debrecenben állást, pedig ezt szerette volna. Akkor ez volt az egyetlen differenciál-geometriai centrum Magyarországon. Docensi kinevezését is csak doktori védésének idején kapta meg, pedig ez a fokozat akkor jóval ritkább volt mint ma.

Igen értékelte viszont, és nagyon jól esett neki, hogy soproni kinevezésénél a soproni egyetem vezetői tudományos teljesítményére helyezték a súlyt, és minden mást emögött másodrendűnek tekintettek. - Hasonlóan nagyre értékelte azokat a megbecsülő megnyilatkozásokat, amelyekkel Varga Ottó, a magyar differenciál-geométerek mestere a 60-as évektől Moór Arthur munkásságát értékelte és elismerte.

Moór Arthur egész életében igen aktívan, napi rendszerességgel dolgozott. Munkásságának eredményét 106 megjelent dolgozat jelzi, melyek majdnem mind német nyelven jelentek meg. Az utóbbi egy-két évtizedben ez nem kedvezett olvasottságának, mégis szerte a világon sokat hivatkoztak és hivatkoznak eredményeire. Közel négy évtizedes matematikai kutató munkásságában sok differenciál-geometriai kérdéssel foglalkozott, azonban ezek szinte mindegyike valamilyen formában kapcsolódik a Finsler geometriához. Ez volt munkásságának a központi területe. Sok matematikus munkássága, vagy legalábbis élete egy hosszabb szakaszának az eredménye egyetlen kérdés köré csoportosítható. Moór Arthurnál ez nincs így. Ezért munkáinak az áttekintő ismertetése meglehetősen nehéz. Vagy igen hosszú lenne, vagy nagyon hézagos, és akkor is csak a szigorúan vett szakemberek számára érthető. De itt most nem is ezt a feladatot tűzzük magunk elé, hanem mindössze munkásságának területét kívánjuk az általános matematikai érdeklődéssel rendelkezők számára kissé megvilágítani, közelebb hozni.

Hogy a Finsler geometria tárgyát és helyét megvilágítsuk érdemes kissé messzebbről elindulni. A geometria (eredeti értelme szerint földmérés) igen ősi tudomány, a matematikának a

számolástól eltekintve a legrégibb ága. Tételei szemléletesek, szinte mindenki számára közérthetőek. Érdekes, hogy a bizonyítások ebben a tudományágban csak a Kr.e. VI. évszázadban jelentek meg az akkor kifejlődött logika alkalmazásaként és rögtön robbanásszerű fejlődést indítottak el. A bizonyítások kezdeti megjelenésétől számított két évszázad elég volt arra, hogy elkészüljön Euklidesz Elemek című műve, mely a matematikának a szigorú logikai elvekre épített oly masszív és grandiózus építményét jelentette, amit két évezreden át csak áhitattal tudtak csodálni. Nem tudom, hogy a matematikának azóta is volt-e ily meredek fejlődési szakasza. - Euklidesz néhány minimális számú, bizonyítás nélküli alapigazságra, axiomára építette geometriáját. Minden állítását és tételét ezekből logikai úton vezette le. Az axiómák mind egyszerű kijelentések, melyek igazságában senki sem kételkedett. Ezek közül az utolsót, a jól ismert párhuzamossági axiómát azonban sokan a többi következményének és így feleslegesnek, elhagyhatónak vélték. Ez a probléma 2000 évig nem nyert megnyugtató megoldást, egészen Bolyai János felfedezéséig. Bolyai János apja, Bolyai Farkas, Göttingenben Gauss hallgatótársa volt és onnan hozta magával a "parallelák problémáját", amit azonban ő sem tudott megoldani. A megoldás végül Jánosnak sikerült, aki megmutatta, hogy a párhuzamossági axióma nem bizonyítható a többi axiómából, de ezt úgy mutatta meg, hogy a többi axiómából és a párhuzamossági axióma tagadásából egy teljes ellentmondásmentes geometriát, egy merőben más, új világot (geometriát) épített fel. És ez messze túlmutatott az eredeti probléma megoldásán. Ez olyan hatású és jelentőségű esemény volt a geometriában, mint a heliocentrikus világkép megalkotása a geocentrikussal szemben a csillagászatban. Egy más geometria gondolata (ahol más a távolság, más tulajdonságú az egyenes, a párhuzamosság, stb.) korának legtöbb matematikusa számára felfoghatatlan, vagy legalábbis elfogadhatatlan volt. Nem is aratott gyors sikert. Bolyai Jánosnak életében semmi sem jutott a megérdemelt dicsőségből, de N. I. Lobacsebszkijnek is, aki tőle függetlenül jutott jelentős mértékben hasonló eredményre, csak kevés. Amilyen nehezen és lassan indult meg az új geometria gondolatának az elfogadása, épp

oly feltartóztathatatlanul haladt előre. Sőt, B. Riemann 1854-ben Göttingenben az idős Gauss jelenlétében (Gauss halála előtti évben) Gauss felületelméleti munkáira építve már egy újabb geometriának, a róla elnevezett Riemann-geometriának az alapjait vázolta fel, sőt tulajdonképpen már az úgynevezett Finsler geometria lehetőségét is felvetette, és ezzel Bolyai János úttörő lépése után megindította az újabb és újabb geometriák létrehozásának a sorát. Miről is van szó?

Ismeretes, hogy az euklideszi síkon Descartes koordinátarendszerben az $x=x(t)$, $y=y(t)$ függvényekkel megadott C görbének a $P(t_1)$, $P(t_2)$ pontok közé eső ívhossza $s=\int_{t_1}^{t_2}\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2}\,dt$. Ugyanez az s ívhossz egy (u, v) görbevonalú koordinátarendszerben az $s=\int_{t_1}^{t_2}\left(E(u,v)\dot{u}^2+2F(u,v)\dot{u}\dot{v}+G(u,v)\dot{v}^2\right)^{\frac{1}{2}}dt$ formában adódik, ahol az E, F, G függvények az $(x,y)\longrightarrow(u,v)$ koordináta transzformáció által vannak meghatározva. Ez az $E\equiv g_{11}$, $F\equiv g_{12}\equiv g_{21}$, $G\equiv g_{22}$; $u\equiv u^1$, $v\equiv u^2$ jelölés alkalmazásával az

$$(1)\qquad s=\int_{t_1}^{t_2}\left[g_{\alpha\beta}(u^1,u^2)\dot{u}^\alpha\dot{u}^\beta\right]^{\frac{1}{2}}dt$$

alakra vezet, ahol α-ra és β-ra is szummációt értünk 1-től a dimenziószámig, itt 2-ig. Riemannak az újabb geometriához vezető jelentős ötlete igen egyszerű volt. Tekintsünk a síkon (lényegében) önkényesen megadott $g_{\alpha\beta}(u^1,u^2)$ függvényeket (ahol $g_{\alpha\beta}=g_{\beta\alpha}$), és egy görbe ívhosszát értelmezzük az (1) integrállal. Riemann könnyen be tudta látni, hogy ez általában nem azt jelenti, hogy az euklideszi síkot valamilyen görbevonalú koordináta rendszerben tárgyaljuk, mert adott $g_{\alpha\beta}(u^1,u^2)$ -hez általában nem található olyan $(x,y)\longrightarrow(u^1,u^2)$ koordináta transzformáció, melynek a fellépő E, F, G függvények épp az adott $g_{\alpha\beta}(u^1,u^2)$ -k. Így az ilyen ívhosszmérésre épített geometria különbözik az euklideszitől. Ez a Riemann geomatria.

- Az (1) integrál integrandusa egy $\dot{u}^1,\dot{u}^2$ -ben elsőfokú pozitív homogén függvény, azonban az ilyenek között egy igen egyszerű, egy erősen speciális. Riemann már akkor, 1854-ben felvetette egy olyan geometria lehetőségét, melyben a C görbe ív hossza (1) helyett egy $s=\int_{t_1}^{t_2}F(u^1,u^2,\dot{u}^1,\dot{u}^2)dt$ integrállal van értelmezve. Az előző gondolatok minden nehézség

nélkül átvihetők tetszőleges véges dimenzióra. Így ha a tér pontjainak a koordinátáit a szokásosabb $x^1, x^2, \ldots, x^n$ -el, vagy rövidebb x-el jelöljük, akkor az x(t) által adott C görbe ívhosszát most az

(2) $$s = \int_{t_1}^{t_2} F(x, \dot{x})\,dt$$

integrál értelmezi, ahol feltesszük, hogy $F(x, \lambda\dot{x}) = \lambda F(x, \dot{x})$. Míg azonban az (1) ívhossz-értelmezésre épített Riemann geometria kiépítése hamarosan megkezdődött és eredményesen haladt előre, addig a (2) ívhossz-értelmezésre épített geometria gondolata teljesen feledésbe merült, mígnem 1918-ban a svájci P. Finsler-nél egy variációszámítási probléma kapcsán Riemanntól teljesen függetlenül újra felszínre nem került.

- Nos ez a geometria lett Moór Arthur vizsgálatainak központi tárgya:

A Finsler geometria jelentősége abban rejlik, hogy ez egy bizonyos természetes és józan követelményeknek elegettevő legáltalánosabb geometria. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy míg euklideszi geometria csak egy van, addig Riemann geometriából már több, nevezetesen minden $g_{\alpha\beta}(x)$ -hez tartozik egy Riemann geometria, a Finsler geometria pedig a geometriák egy egész családja, minden $F(x,\dot{x})$ alapfüggvény más-más Finsler geometriát határoz meg. (Az euklideszi geometria unicitására vonatkozó megjegyzésünk azt jelenti, hogy bár az euklideszi geometriában különböző Descartes féle és göbevonalú koordinátarendszerek használhatók és ezektől függően pl. az ívhosszformulája más és más - mint azt fentebb már említettük - addig magának az ívhossznak, vagy egy háromszög területének, stb. az értéke független az éppen használt koordináta rendszertől.) Ebből kifolyólag viszonylag kevés olyan jelentős tétel létezik, mely minden Finsler geometriára egyformán vonatkozik. Ezért fontos feladat a Finsler geometriák kisebb csoportjainak a vizsgálata, különösen az egyszerűbbeké, a Riemann, vagy az euklideszi geometriához közelebb állóké. Ilyen pl. az a Moór Arthur által alaposan vizsgált eset, amikor $F(x,\dot{x})$ egy $\dot{x}^i$ -ben $(i=1,2,\ldots,n)$

k-ad fokú polinomból vont k-ik gyök, ahol a polinom együtthatói x-től függenek. Ezt az irodalomban Berwald-Moór metrikának nevezik. Ez egy speciális esete a ma gyakran vizsgált 1-forma metrikának, ahol $F(x,y):=G(y^i) \quad y^i=\omega_x^i(\dot{x})$, melyben G egy y^i -ben első fokú pozitív homogén függvény, $\omega_x^i(\dot{x})$ pedig n-számú 1-forma $\dot{x}$-ben, x-től függő együtthatókkal.

Ha Finsler geometriáról beszélünk, az ívhossz mérés mellett feltétlenül meg kell említenünk egy vele egyenrangúan fontos kérdést. Ez a vektorok párhuzamossága. Euklideszi térben ez igen egyszerű kérdés: két különböző pontból kiinduló vektor akkor párhuzamos, ha a kompenenseik megegyezőek. Ez a kijelentés azonban a Descartes koordináta rendszerhez van kötve. Ilyen koordináta rendszer pedig Riemann, vagy Finsler térben általában nem létezik ill. ha létezik, akkor a tér euklideszi, vagy Minkowski tér. A vektorok párhuzamosságának értelmezése és ennek a metrikához való kapcsolata egy igen lényeges és fontos kérdés. Ennek megoldatlansága jó ideig a Riemann geometria kifejlődését is jelentősen hátráltatta. A kérdést a Riemann geometria esetén az olasz T. Levi-Civita oldotta meg 1917-ben. A tér x pontjában vett $\xi^i(x)$ komponensű vektorhoz a szomszédos $x+dx$ pontban azt a $\xi^i(x+dx)$ komponensű vektort tekintette definíció szerint párhuzamosnak (párhuzamosan eltoltanak), melynél a $\Delta\xi^i \equiv \xi^i(x+dx)-\xi^i(x)$ különbség dx^k -ban lineáris fő része $\xi^i(x)$ -ben is lineáris, tehát $d\xi^i=\Gamma^i_{jk}(x)\,\xi^j(x)dx^k$. Egy ilyen párhuzamos eltolás nyilván a $\Gamma^i_{jk}(x)$ összefüggési koefficiensek által van meghatározva. Ha egy Riemann térben a párhuzamosan eltolt vektorok hossza változatlan, akkor a párhuzamos eltolás metrikus. A metrikusság és a $\Gamma^i_{jk}=\Gamma^i_{kj}$ megkövetelése az összefüggési koefficienseket és így magát a párhuzamos eltolást is a $g_{ij}(x)$ -ből egyértelműen meghatározhatóvá teszi.

Finsler térben a párhuzamos eltolás metrikusságának a kérdése ilyen értelemben sajnos nem oldható meg. Ezt a követelményt csak É. Cartan tudta kielégíteni 1934-ben, a vonalelem terekre való áttérés engedményének az árán. A Finsler geometriának és így Moór Arthur munkásságának minden kérdése

lényegében az ismertetett metrikához és párhuzamossághoz, vagy az ahhoz legszorosabban kötődő kovariáns- és abszolút-deriválóhoz kapcsolódik. Az általa vizsgált kérdéskörök közül néhányat konkrétan felsorolunk: konstans és skalár görbületű Finsler terek, tovább általánosított párhuzamos eltolás, ezzel kapcsolatos invariáns differenciál és görbületelmélet, rekurrens görbületű terek, pályageometria, Finsler és Carton terek dualitáselmélete, equivalens variációszámítási problémák, Otsuki terek, geometriai objektumok elmélete, vektor-sűrűség terek.

Moór Arthur ma a Finsler geometria kézikönyveiben az egyik leggyakrabban és legtöbbet idézett szerző. A konkrét eredmények ismertetése helyett álljon itt végül a mindennél többet mondó, önmagáért beszélő irodalmi munkásságának gazdag jegyzéke.

———— · ————

Moór Arthur volt évfolyamtársa, barátja és kollegája: Tamássy Lajos tanszékvezető egyetemi tanár (Debrecen, Kossuth Lajos Tudomány Egyetem, Geometria Tanszék) előadása, ami 1989. november 17-én hangzott el Sopronban, az Erdészeti és Faipari Egyetem emlékülésén.

Arthur Moór (1923-1985)

Arthur Moór ist in Budapest am 8. Januar 1923 geboren worden. Er hat seine Studien am Fach für Mathematik-Physik der Universität zu Szeged im Jahr 1947 absolviert. Danach hatte er sich für die Differenzialgeometrie interessieren begonnen, und er ist im 1953 Aspirant von Otto Varga geworden. Im Jahr 1956 hat er die Kandidatur der Mathematik erworben und siedelte nach Szeged um, wo er bis 1968 arbeitete. Inzwischen hatte er László Piroska geheiratet und die Tochter Edit bekommen. Im Jahr 1964 bekam Arthur Moór den Doktortitel der Mathematik an der Akademie der Wissenschaften. So wurde er in 1968 zum O. Univ. Prof. in Sopron ernannt. Der Lehrstuhl für Mathematik der Universität für Forstwesen und Holztechnologie leitete er bis seinem Tot am 26. August 1985. In diesem Zeitraum hatte er viele Generationen der Soproner Studenten gelehrt und geprüft, daneben hatte er auch mehreren jungen Leuten bei den ersten Schritten in postgaradualischen Studien und weiteren wissenschaftlichen Arbeiten geholfen. Die Mathematik hatte fast sein ganzes Leben erfüllt. Daneben hatte er als Hobby nur Schach und die Flugzeugmodellenbau.

In der Differenzialgeometrie hat sich Arthur Moór mit (in der Titelliste gezählten) 106 veröffentlichten, hochwertigen wissenschaftlichen Arbeiten ausgezeichnet und niemand kennt die Zahl seiner Gutachten, Referaten, Vorträge. In der Mehrzahl von diesen handelt es sich um die Finslerschen Geometrie. Der Name wurde P. Finsler gewidmet, der in 1918 im Zusammenhang mit einigen Problemen der Variationsrechnung die Bogenlänge, der mit $x(t)$ $t_1 \leq t \leq t_2$ gegebenen Kurve C, mit $s = \int_{t_1}^{t_2} F(x, \dot{x}) dt$ definierte, wo $F(x, \lambda \dot{x}) = |\lambda| F(x, \dot{x})$. Diese Idee ist schon bei B. Riemann aufgetaucht, aber die so begründete Geometrie wurde seiner Zeit im allgemeinen nicht studiert. Die Finslersche Geometrie ist zwar eine ganze Familie von Geometrien, da jede Grundfunktion $F(x,\dot{x})$ eine andere Geometrie begründet. Jene, die A.Moór einführte, ist in der Literatur als Berwald-Moór Metrick bekannt geworden. Die jenem Finslerraum entsprechende parallele Abweichung, kovariante Ableitung, Übertragungsparameter, und andere Themen wurden in den, in der beigelegten Liste gezählten, Arbeiten untersucht. Auf Grund dessen ist A.Moór einer der alleröfftest zietierten Autoren der Finslerschen Geometrie.

Moór Arthur tudományos értekezései

1./ Espaces métriques dont le scalaire de courbure est constant.
Bulletin des Sciences Mathématiques 74 (1950), 307-313.

2./ Finslersche Räume mit der Grundfunktion
Commentarii Mathematici Helvetici 24 (1950), 188-194.

3./ Généralisation du scalaire de courbure et du scalaire principal d'un espace finslérien á n dimension.
Canadian Journal of Mathematics 2 (1950), 302-313.

4./ Erweiterung des Vierscheitelsatzes auf dreidimensionale Kurven.
Duke Mathematical Journal 18 (1951), 509-516.

5./ Einführung des invarianten Differentials und Integrals in allgemeinen metrischen Räumen.
Acta Mathematica 86 (1951), 71-83.

6./ Entwicklung einer einheitlichen Feldtheorie begründet auf die Finslersche Geometrie. (Horváth Jánossal közös munka)
Zeitschrift für Physik 131 (1952), 544-570.

7./ Quelques remarques sur la généralisation du scalaire de courbure et du scalaire principal.
Canadian Journal of Mathematics 4 (1952), 189-197.

8./ Über die Scheitelpunkte der zwei- und dreidimensionalen Kurven.
Monatshefte für Mathematik 56 (1952), 150-163.

9./ Über oskulierende Punkträume von affinzusammenhängenden Linienelementmannigfaltingkeiten.
Annels of Mathematics 56 (1952), 397-403.

10./ Über die Dualität von Finslerschen und Cartanschen Räumen.
Acta Mathematica 88 (1952), 347-370.

11./ Finslersche Räume mit algebraischen Grundfunktionen.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 2 (1952), 178-190.

12./ Über zwei Extremaleigenschaften des Kreisbogens und der Kugelfläche. (Török Sándorral közös munka)
Acta Sci. Math. 15 (1954), 157-163.

13./ Die oskulierenden Riemannschen Raume regularer Cartenscher Räume.
Acta Math. Acad. Sci. Hung. 5 (1954), 59-72.

14./ Reguláris Cartan-féle terek oszkuláló Riemenn terei
MTA III. Oszt. Közl. 4 (1954), 243-248.

15./ Ergänzung zu meiner Arbeit: "Über die Dualität von Finslerschen und Cartanschen Raumen".
Acta Mathematica 91 (1954), 187-188.

16./ Über affinzusammenhangende Mannigfaltigkeiten von Hyperflächenelementen insbesondere deren Äquivalenz: (Gy. Soóssal közös munka).
Acta Sci. Math. 16 (1955), 29-42.

17./ Entwicklung einer Feldtheorie begründet auf einen allgemeinen metrischen Linienelementraum I. és II. (J.I. Horváthtal közös munka).
Indagationes Mathematicae 17 (1955), 421-429, 581-587.

18./ Általános metrikus vonalelemtérre alapozott térelmélet (Horváth Jánossal közös munka).
Magyar Tud. Akad. III. Oszt. Közl. 6 (1956), 53-72.

19./ Metrische Dualität der allgemeinen Räume.
Acta Sci. Math. 16 (1955), 171-196.

20./ Allgemeine metrische Räume von skalarer Krümmung.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 4 (1956), 207-228.

21./ Entwicklung einer Geometrie der allgemeinen metrischen Linienelementräume.
Acta Sci. Math. 17 (1956), 85-120.

22./ On the Extremals of the Generalized Metric Spaces.
Buletinul Institutului Politehnic din Jasi 2 (1956), 19-26.

23./ Über den Schurschen Satz in allgemeinen metrischen Linienelementräumen.
Indagationes Mathematicae 19 (1957), 290-301.

24./ Über die autoparallele Abweichung in allgemeinen metrischen Linienelementräumen.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 5 (1957), 102-118.

25./ Über die Torsions- und Krümmungsinvaranten der dreidimensionslen Finslerschen Räume.
Mathematische Nachrichten 16 (1957), 85-99.

26./ Konformgeometrie der verallgemeinerten Schouten-Haantjesschen Räume I. és II.
Indagationes Mathematicae 20 (1958), 94-113.

27./ Untersuchungen in Räumen mit rekurrenter Krümmung.
Journal für die reine und angewandte Mathematik 199 (1958), 91-99.

28./ Über die kovariante Ableitung der Vektoren.
Acta Scientiarum Mathematicarum 19 (1958), 237-246.

29./ Über Tensoren, die aus angegebenen geometrischen Objekten gebildet sind.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 6 (1959), 15-25.

30./ Über nicht-holonome allgemeine metrische Linienelementraume.
Acta Mathematica 101 (1959), 201-233.

31./ Über die aus g_{ik} bestimmte kovariante Ableitung.
Acta Math. Acad. Sci. Hung 11 (1960), 175-186.

32./ Erweiterung des Begriffs der Räume skalarer und konstanter Krümmung.
Acta Scientiarum Mathematicarum 21 (1960), 53-77.

33./ Untersuchungen über die kovariante Ableitung in Linienelementräumen.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 7 (1960), 41-53.

34./ Nichtlineares invariantes Differential.
Annali di Mathematica Pura ed Applicata 54 (1961), 255-273.

35./ Über die konform-kovariante Ableitung der Vektoren.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 8 (1961), 117-127.

36./ Über affine Finslerräume von skalarer Krümmung.
Acta Sci. Math. 22 (1961), 157-199.

37./ Über projektive geometrische Invarianten.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 8 (1961), 350-359.

38./ Über Tensoren von rekurrenter kovarianter Ableitung.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 9 (1962), 81-93.

39./ Über die Form der Fundamentalgrössen gewisser affinen Räume.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 9 (1962), 289-297.

40./ Über die Objekte der stetigen Transformationsgruppen.
Annales Polonici Mathematici 13 (1963), 19-31.

41./ Über projektive Veränderung der Übertragung in Linienelement mannigfaltigkeiten.
Acta Sci. Math. 24 (1963), 119-128.

42./ Untersuchungen über Finslerräume von rekurrenter Krümmung.
Tensor, N.S. 13 (1963), 1-18.

43./ Eine Verallgemeinerung der metrischen Übertragung in allgemeinen metrischen Räumen.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 10 (1963), 145-150.

44./ Über konforme und projektive Veränderung der Krümmung in Punkträumen.
Acta Math. Acad. Sci. Hung 15 (1964), 67-75.

45./ Bemerkung zu meiner Arbeit "Über Tensoren von rekurrenter kovarianter Ableitung".
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 11 (1964), 59-62.

46./ Linienelementräume mit nicht-symmetrischem Fundamentaltensor
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 11 (1964), 245-256.

47./ Gleichung der autoparallelen Abweichung in n-dimensionalen Linienelementräumen.
Acta Sci. Math. 25 (1964), 266-282.

48./ Begründung einer affinen Geometrie der Bahnen dritter Ordnung.
Tensor, N.S. 16 (1965), 37-55.

49./ Untersuchungen über die oskulierenden Punkträume der metrischen Linienelementräume.
Acta Math. Acad. Sci. Hung. 16 (1965), 57-74.

50./ Über eine skalare Form der Gleichung der autoparallelen Abweichung im affinen Raum.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 12 (1965), 281-291.

51./ Über kovariante Ableitung und partielles Tensorintegral.
Monatshefte für Mathematik 70 (1966), 134-148.

52./ Über spezielle Bahnengeometrien dritter Ordnung.
Annales Polici Mathematici 17 (1966), 261-271.

53./ Über äquivalente Variationsprobleme erster und zweiter Ordnung.
Journal f. die reine und angew. Math. 223 (1966), 131-137.

54./ Über eine Charakterisierung von differentialgeometrischen Räumen skalarer Krümmung.
Revue Roumaine de Mathematiques Pures et Appliquées 12 (1967), 93-100.

55./ Äquivalenztheorie der allgemeinen metrischen Linienelementräume.
Perspectives in Geometry and Relativity. Indiana University Press (1966), 239-244.

56./ Untersuchungen über den Zusammenhang von Differential- und Funktionalgleichungen I. (L. Pintérrel közös munka.)
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 13 (1966), 207-223.

57./ Übertragungstheorie bezüglich der allgemeinen Linienelement-transformationen.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 13 (1966), 263-287.

58./ Über gewisse Typen äquivalenter Variationsprobleme von einem Parameter.
Annales Polonici Mathematici 19 (1967). 107-113.

59./ Über äquivalente Variationsprobleme von mehreren Veranderlichen. (L. Pintérrel közös munka).
Acta Sci. Math. 28 (1967), 271-279.

60./ Einige Bemerkungen über Kurven und Grundelementfolgen in allgemeinen Räumen.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 14 (1967), 337-347.

61./ Tensorkalkül und Übertragungstheorie der Elemente der homogenen Berührungstransformationen.
Tensor 19 (1968), 165-173.

62./ Über eine Verallgemeinerung der Schouten Haantjesschen Raume.
Compositio Mathematica 19 (1968), 83-94.

63./ Objektentheoretische Untersuchungen über die kovarianten Ableitungen in allgemeinen Linienelementräumen.
Acta Sci. Math. 29 (1968), 177-186.

64./ Grundzüge der möglichen Hyperflächentheorien der $\mathfrak{M}_n$ -Räume.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 16 (1969), 161-174.

65./ Über die kovariante Ableitung der Vektoron in verallgemeinerten Linienelementräumen.
Acta Sci. Math. 31 (1970), 129-139.

66./ Egy variációs módszer a regressziós függvény meghatározására. (Roxer Egonnal közös munka).
Erdészeti és Faipari Egyetem Tud. Közl. 1969. évi 1. szám, 85-93.

67./ Über Finslerräume von zweifach rekurrenter Krümmung.
Acta Math. Acad. Sci. Hung 22 (1971), 453-465.

68./ Hyperflächen von rekurrenter Krümmung in Riem nnschen Räumen.
Mathematische Nachrichten 53 (1972), 77-84.

69./ Räume von zweifach rekurrenter Krümmung.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 18 (1971), 165-169.

70./ Unterräume von rekurrenter Krümmung in Finslerräumen.
Tensor, N.S. 24 (1972), 261-265.

71./ Über die Konstruktion von metrisch-affinen Räumen von rekurrenter Krümmung.
Colloquium Mathematicum 26 (1972), 109-113.

72./ Finslerräume von identischer Torsion.
Acta Sci. Math. 34 (1973). 279-288.

73./ Über die Nichtexistenz gewisser Typen von Linienelementraumen von rekurrennter Krümmung.
Publicatones Mathematicae (Debrecen) 19 (1972), 169-175.

74./ Untersuchungen in vierdimensionalen verallgemeinerten Finslerräumen mit Hilfe eines natürlichen Vierbeins.
Publicatones Mathematicae (Debrecen) 20 (1973), 241-258.

75./ Über die aus kovarianten Vektoren gebildeten Übertragungsparameter.
Demonstratio Mathematica 6 (1973), 295-307.

76./ Finslerräume von rekurrenter Torsion.
Publicatones Mathematicae (Debrecen) 21 (1974), 255-265.

77./ Über eine Übertragungstheorie der metrischen Linienelementräume mit rekurrentem Grundtensor.
Tensor, N.S. 29 (1975), 47-63.

78./ Über die Veränderung der Krümmung bei einer Torsion der Übertragung.
Acta Math. Acad. Sci. Hung. 26 (1975), 97-111.

79./ Ergänzungen und Bemerkungen zu meiner Arbeit: "Über eine Übertragungstheoris der metrischen Linienelementraume mit rekurrentem Grundtensor".
Tensor, N. S. 29 (1975), 283-286.

80./ Untersuchungen über äquivalente Variations-probleme von mehreren Veränderlichen.
Acta Scientierum Math. 37 (1975), 323-330.

81./ Über die Charakterisierung von speziellen 3- und 4-dimensionalen Finslerräumen durch Invarianten.
Bollettino U. M. I. 12 (1975), 189-199.

82./ Über speziellen Typen von Hyperflächen in verallgemeinerten Finslerräumen.
Publicationes Mathematicae (Debrecen) 23 (1976), 27-39.

83./ Über allgemeine Übertragungstheorien in metrischen Linienelementräumen.
Acta Math. Acad. Sci. Hung. 28 (1976), 321-334.

84./ Über aus einem k-Bein bildbare Übertragungsparameter.
Annales Polonici Mathematici 34 (1977), 47-52.

85./ Über Unterräume von Linienelementräumen mit rekurrentem Masstensor.
Tensor, N. S. 31 (1977), 1-7.

86./ Über die aus $g_{ij}(x)$ bildbaren Vektoren.
Periodica Mathematica Hungarica Vol. 9 (1978), 115-119.

87./ Otsukische Übertragung mit rekurrentem Masstensor
Acta Sci. Math., 40 (1989), 129-142.

88./ Über die Veränderung der Lange der Vektoren in Weyl-Otsukischen Räumen.
Acta Sci. Math., 41 (1979), 173-185.

89./ Über nicht-holonome Otsukische Räume.
Acta Math. Acad. Sci. Hung. 33 (1979), 369-378.

90./ Über die durch Kurven bestimmten Sektionalkrümmungen der Finslerschen und Weylschen Räume.
Publicatones Mathematicae (Debrecen) 26 (1979), 205-214.

91./ On the connection of recurrence of metric, eigen tensors and transition of length in W-O_n spaces. (F. Nagy Györgyivel közös munka).
Publications de l'Institut Mathématique. Nouvelle série, 27 (41), (1980), 179-188.

92./ Über Linienelementräume von skalarer Krümmung und mit rekurrentem Grundtensor.
Tensor, N.S., 35 (1981), 125-135.

93./ Über die Verallgemeinerung der Christoffelschen Übertragungstheorie in Linienelementenräumen.
E.B. Christoffel. The Influence of His Work on Mathematics and the Physical Sciences, Birkhauser Verlag (1981), 600-610.

94./ Über verschiedene geodätische Abweichungen in Weyl-Otsukischen Räumen.
Publicationes Mathematicae (Debrecen), 28 (1981), 247-258.

95./ Über die aus einem gemischten Tensor gebildeten Otsukischen Räume.
Acta Math. Acad. Sci. Hungar. 39 (1982), 225-232.

96./ Otsukische Räume mit einem zweifach rekurrenten metrischen Grundtensor.
Periodica Math. Hung. 13 (1982), 129-135.

97./ Über die Begründung von Finsler-Otsukischen Räumen und ihre Dualität.
Tensor, N. S., 37 (1982), 121-129.

98./ Über Transformationsgruppen in Weyl-Otsukischen Räumen
Publ. Math. (Debrecen) 29 (1982), 241-250.

99./ On eigencurves and eigenvectors in spaces of line elements
Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai. 31. Differential Geometry, Budapest (Hungary), 1979, 465-480.

100./ Weylsche Übertragungstheorie bezüglich der Räume mit verallgemeinerten Linienelementen.
Studa Sci. Math. Hung. 16 (1981), 95-102.

101./ Über Weyl-Otsukische Räume.
Publ. Math. (Debrecen), 30 (1983), 291-295.

102./ Über spezielle Finsler-Otsukische Räume.
Publ. Math. (Debrecen), 31 (1984), 185-196.

103./ Über Torsion, Krümmung und Autoparallelität der Finsler-Otsukischen Räume.
Periodica Mathematica Hungarica, 17 (1986), 295-312.

104./ Über die Autoparallele Abweichung von Finsler-Otsukischen Räumen und Anwendungen in Räumen mit speziellen P-Tensoren (F. Nagy Györgyivel közös munka).
Studia Sci. Math. Hungarica. 20 (1985), 395-404.

105./ Über Reel-Unitare Finsler-Otsukischen Räume.
Acta Math. Hung. 46 (1-2) (1985), 173-181.

106./ Oskulierende Punkträume von Finsler-Otsukischen Linienelementräumen
Publ. Math. (Debrecen) 32 (1985), 145-152.